Nukleo - Ogólnopolski Konkurs Wiedzy o Energii Jądrowej

ETAP 2

ROZWIĄZANIA ZADAŃ Z TREŚCIĄ

Poniżej przedstawiamy rozwiązania zadań z treścią.

Zadanie 1 [5 punktów]

Zapoznaj się z poniższymi pojęciami:

Dawka efektywna – *suma dawek równoważnych pochodzących od zewnętrznego i wewnętrznego narażenia, wyznaczona z uwzględnieniem odpowiednich współczynników wagowych narządów lub tkanek, obrazująca narażenie całego ciała.*

Obciążająca dawka efektywna e(50) – *dawka pochodząca od narażenia wewnętrznego, obrazująca narażenie całego ciała. Obciążającą dawkę efektywną wyznacza się dla okresu po którym izotop promieniotwórczy zostanie całkowicie wydalony z organizmu, a jeśli okres ten jest nieokreślony, dla 50 lat lub – w przypadku dzieci – od momentu wniknięcia substancji do osiągnięcia przez nie wieku 70 lat. Wartości e(50) różnią się w zależności od grup wiekowych. W zadaniu wykorzystano dane dla osób dorosłych (> 17 lat).*

Bq, bekerel – *jednostka aktywności*

Sv, siwert – *jednostka dawki promieniowania (w zadaniu posłużono się jednostką mSv, 1 Sv = 1000 mSv).*

Treść zadania:

Jednym z rodzajów narażenia na promieniowanie jonizujące jest narażenie wewnętrzne, do którego może dojść jeżeli substancja promieniotwórcza wniknie do organizmu człowieka, np. drogą oddechową. Taka sytuacja może mieć miejsce wyniku uwolnienia substancji promieniotwórczych z obiektu jądrowego. W marcu 2011 nad Polskę dotarła radioaktywna chmura z Japonii, zawierająca takie substancje. Polskie laboratoria pomiarowe zarejestrowały izotopy promieniotwórcze w powietrzu.

W wyniku pomiarów stężenia izotopów promieniotwórczych w powietrzu wykonanych w Warszawie w okresie 28 – 31 marca 2011 (ok. trzy tygodnie po awarii w Fukushimie) stwierdzono zawartość promieniotwórczego izotopu jodu ^{131}I na poziomie 3,27 mBq/m^3.

Przyjmując, że:

- prędkość oddychania osoby dorosłej wynosi 22,2 m^3/dobę;
- obciążająca dawka efektywna pochodząca od wniknięcia do organizmu osoby dorosłej drogą oddechową izotopu jodu ^{131}I o aktywności 1 Bq wynosi 0,0000074 mSv.

Oblicz efektywną dawkę obciążającą pochodzącą od jodu ^{131}I, jaką otrzyma osoba oddychająca takim powietrzem w ciągu tygodnia. Wiedząc, że limit roczny dawki efektywnej dla osoby nie pracującej w warunkach narażenia na promieniowanie jonizujące wynosi 1 mSv, skomentuj otrzymany wynik.

Podpowiedzi:
Zastanów się ile powietrza dostanie się do płuc człowieka w ciągu tygodnia?
Ile jodu ^{131}I będzie w tej objętości powietrza?

Rozwiązanie:
Prędkość oddychania osoby dorosłej: v = 22,2 m^3/dzień.
Zawartość promieniotwórczego izotopu jodu ^{131}I w powietrzu C = 3,27 mBq/m^3. Obciążająca dawka efektywna pochodząca od wniknięcia do organizmu osoby dorosłej drogą oddechową izotopu jodu ^{131}I o aktywności 1 Bq e(50) = 0,0000074 mSv.

W ciągu tygodnia do płuc człowieka dostanie się:
$V_{tyg} = v \cdot 7dni = 22,2m^3/dzien \cdot 7dni = 155,4m^3$

W 155,4 m^3 znajdzie się następująca aktywność ^{131}I:
$A_{cak} = C \cdot V_{tyg} = 3,27mBq/m^3 \cdot 155,4m^3 = 508,16mBq$

Dawka otrzymana przez osobę dorosłą:
$D = A_{cak} {\cdot} e(50) = 508,16mBq {\cdot} 0,0000074mSv/Bq = 0,50816Bq {\cdot} 0,0000074mSv(/Bq) = 0,00000376mSv = 3,76nSv$

Obciążająca dawka efektywna wynikająca ze skażenia powietrza nad Polską jodem promieniotwórczym pochodzącym z elektrowni jądrowej w Fukushimie jest pomijalnie mała w porównaniu z roczną dawką graniczną dla osób nienarażonych zawodowo na promieniowanie jonizujące (1 mSv). Nawet gdyby przyjąć, że stężenie jodu w powietrzu na tym poziomie utrzymałoby się przez cały rok, otrzymana dawka efektywna wynosiłaby jedynie 0,02% dawki granicznej.

Zadanie 2 [7 punktów]

Naturalny uran w 99,275% składa się z nietrwałego izotopu uranu ^{238}U o czasie połowicznego rozpadu $T_{1/2}(^{238}U)$=4,468·10^9 lat zaś w 0,72% z uranu ^{235}U, którego czas połowicznego rozpadu wynosi $T_{1/2}(^{235}U)$=7,038·10^8 lat. Oceń wiek Ziemi na podstawie naturalnego wzbudzenia złóż uranu, zakładając, że podczas formowania Ziemi atomów izotopu uranu ^{235}U było tyle samo, co atomów izotopu uranu ^{238}U. Wynik podaj w miliardach lat z dokładnością do jednej cyfry znaczącej.

Wskazówka: Podany procentowy skład izotopowy uranu dotyczy składu masowego.

Rozwiązanie

Zarówno ^{238}U, jak i ^{235}U są izotopami nietrwałymi, ulegającymi przemianie α. Ich zawartość na Ziemi opisuje więc prawo rozpadu promieniotwórczego.

$N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{ln(2)t}{T_{1/2}}}$

Dla czasu t równego wiekowi Ziemi (T_Z) możemy zapisać równania opisujące liczbę atomów ^{238}U i ^{235}U:

$$\begin{cases} N_{238U} = N_{0_{238U}} \cdot e^{-\frac{ln(2)T_Z}{T_{1/2}(^{238}U)}} \\ N_{235U} = N_{0_{258U}} \cdot e^{-\frac{ln(2)T_Z}{T_{1/2}(^{235}U)}} \end{cases} \tag{1}$$

gdzie $N_{0_{238U}}$ i $N_{0_{258U}}$ są początkowymi liczbami atomów izotopów ^{238}U i ^{235}U. Zgodnie z treścią zadania $N_{0_{235U}} = N_{0_{238U}}$.

Dzieląc pierwsze równanie przez drugie otrzymujemy wyrażenie:

$$\frac{N_{238U}}{N_{235U}} = \frac{e^{-\frac{ln(2)T_Z}{T_{1/2}(^{238}U)}}}{e^{-\frac{ln(2)T_Z}{T_{1/2}(^{235}U)}}} = e^{-\frac{ln(2)T_Z}{T_{1/2}(^{238}U)} + \frac{ln(2)T_Z}{T_{1/2}(^{235}U)}} \tag{2}$$

skąd

$$\frac{N_{238U}}{N_{235U}} = e^{ln(2)T_Z(\frac{T_{1/2}(^{238}U) - T_{1/2}(^{235}U)}{T_{1/2}(^{235}U) \cdot T_{1/2}(^{238}U)})} \tag{3}$$

Korzystając z definicji logarytmu naturalnego, czyli logarytmu o podstawie e otrzymujemy:

$$ln(\frac{N_{238U}}{N_{235U}}) = ln(2)T_Z(\frac{T_{1/2}(^{238}U) - T_{1/2}(^{235}U)}{T_{1/2}(^{235}U) \cdot T_{1/2}(^{238}U)}) \tag{4}$$

ostatecznie wyrażenie na T_Z przyjmuje postać:

$$T_Z = \frac{ln(\frac{N_{238U}}{N_{235U}}) \cdot T_{1/2}(^{235}U) \cdot T_{1/2}(^{238}U)}{ln(2)(T_{1/2}(^{238}U) - T_{1/2}(^{235}U))} \tag{5}$$

Wartość stosunku $\frac{N_{238U}}{N_{235U}}$ można wyznaczyć z procentowego składu izotopowego uranu.
W tym celu należy zapisać liczbę atomów izotopu przez jego masę:

$$N = \frac{m \cdot N_A}{\mu} \tag{6}$$

gdzie μ oznacza masę molową, a N_A stałą Avogadra.

$$\frac{N_{238U}}{N_{235U}} = \frac{m_{238U} \cdot \mu_{235U}}{m_{235U} \cdot \mu_{238U}} \tag{7}$$

Wartość stosunku $\frac{m_{238U}}{m_{235U}}$ można wyznaczyć z procentowego składu izotopowego pierwiastka uranu. Końcowy wzór przyjmuje postać

$$T_Z = \frac{ln(\frac{m_{238U}\cdot\mu_{235U}}{m_{235U}\cdot\mu_{238U}})}{ln(2)} \cdot \frac{T_{1/2}(^{235}U)\cdot T_{1/2}(^{238}U)}{T_{1/2}(^{238}U) - T_{1/2}(^{235}U)} \tag{8}$$

Podstawiając dane liczbowe otrzymujemy:

$$T_Z = \frac{ln(\frac{99{,}275\cdot 235}{0{,}72\cdot 238})}{ln(2)} \cdot \frac{4,468\cdot 10^9\cdot 7,038\cdot 10^8 y^2}{4,468\cdot 10^9 y - 7,038\cdot 10^8 y} \tag{9}$$

Po dokonaniu obliczeń otrzymujemy oszacowanie wieku Ziemi jako $T_Z = 6\cdot 10^9$ y, czyli 6 mld lat.

Zadanie 3 [7 punktów]

Elektrownia jądrowa z reaktorem wodnym ciśnieniowym ma moc cieplną 3200 MW, wytwarza energię elektryczną ze sprawnością 35% i pracuje przez 95% czasu w roku. Rdzeń reaktora zbudowany jest z prętów paliwowych, w każdym pręcie znajdują się pastylki paliwowe z dwutlenkiem uranu UO_2. Wzbogacenie paliwa w izotop ^{235}U wynosi 3%. W reaktorze jądrowym zachodzi kontrolowana reakcja łańcuchowa rozszczepienia. Przy pojedynczym akcie rozszczepieniu jądra atomu ^{235}U wydziela się energia 200 MeV. Przyjmując powyższe założenia, wykonaj obliczenia:

1. Roczne, średnie zużycie energii elektrycznej trzyosobowej rodziny w Polsce to 1800 kWh. Ile kg uranu zużyje elektrownia jądrowa na wyprodukowanie tej ilości energii? Porównaj tę masę uranu z masą węgla, jaka jest potrzebna do wyprodukowania tej samej ilości energii elektrycznej, zakładając sprawność elektrowni węglowej 35%. Masa molowa dwutlenku uranu UO_2 wynosi 270 g/mol, masa molowa uranu U wynosi 238 g/mol, masa molowa izotopu ^{235}U wynosi 235 g/mol. Ilość energii wydzielana ze spalenia 1 kg węgla to $3\cdot 10^7$ J.
2. Ile kilogramów neutronów bierze udział w rozszczepieniach w ciągu roku pracy elektrowni jądrowej?

Przydatne informacje:

Uran naturalny, pozyskiwany w kopalniach, zawiera dwa izotopy: ^{238}U, który stanowi 99,3% masy uranu oraz ^{235}U, stanowiący pozostałe 0,7%. Taka ilość ^{235}U jest zbyt mała dla typowych reaktorów jądrowych, pracujących na świecie. Dlatego ilość ta musi zostać zwiększona w procesie wzbogacania. Typowa zawartość izotopu ^{235}U w paliwie jądrowym wynosi kilka procent. Gdy mówimy, że wzbogacenie uranu wynosi X%, oznacza to, że masa izotopu ^{235}U w uranie wynosi X% masy tego uranu.

Rozwiązanie:

Część 1:

Należy zauważyć, że podana została ilość energii elektrycznej (E_e), jaką zużywa przeciętna polska rodzina. Aby wyliczyć ilość zużytego uranu, należy, znając sprawność elektrowni (η), obliczyć ilość zużytej energii cieplnej (E_c), wydzielonej w procesie rozczepienia jąder atomów ^{235}U:

$$E_c = \frac{E_e}{\eta} = \frac{1800kWh}{0,35} = 5143kWh \tag{10}$$

Przeliczamy jednostkę energii z kWh (kilowatogodzina) na J (dżul):

$1\ \mathrm{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \mathrm{W{\cdot}s} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \frac{J}{s} \cdot s = 3{,}6 \cdot 10^6\ \mathrm{J}$.

Otrzymujemy wartość energii cieplnej wyrażoną w dżulach:

$E_c = 5143 \cdot 3{,}6 \cdot 10^6\ \mathrm{J} \simeq 1{,}85 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}$.

Energia wydzielona z rozszczepienia jednego atomu uranu ^{235}U ($E_{fission}$) to 200 MeV.

$1\ \mathrm{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$, stąd: $E_{fission} = 3{,}2 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{J}$.

Możemy teraz wyliczyć liczbę rozczepień atomów ^{235}U ($N_{fissions}$) potrzebnych do wyprodukowania energii zużywanej przez naszą rodzinę:

$$N_{fissions} = \frac{E_c}{E_{fission}} = \frac{1,85 \cdot 10^{10}J}{3,2 \cdot 10^{-11}J} \simeq 5,78 \cdot 10^{20} \tag{11}$$

Obliczona liczba rozszczepień równa się liczbie zużytych jąder ^{235}U ($N_{U235(total)}$).

Następnie znając masę molową ^{235}U (μ_{U235}), obliczamy masę tego izotopu (m_{U235}) zużytą do wyprodukowania energii (E_c):

$$m_{U235} = \frac{N_{U235(total)} \cdot \mu_{U235}}{N_A} = \frac{5,78 \cdot 10^{20} \cdot 235g/mol}{6,022 \cdot 10^{23} 1/mol} \simeq 0,226g \tag{12}$$

gdzie N_A to liczba Avogadro, $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ 1/\mathrm{mol}$.

Wiemy, że wzbogacenie uranu w paliwie w izotop ^{235}U wynosiło 3%, zatem masa zużytego uranu (m_U) wynosi:

$$m_U = \frac{m_{U235}}{0,03} = \frac{0,226g}{0,03} = 7,5g \tag{13}$$

Elektrownia węglowa, o której mowa w zadaniu, ma taką samą sprawność. Wobec tego energia cieplna, która jest potrzebna na wyprodukowanie energii elektrycznej, zużywanej przez naszą rodzinę, jest taka sama, jak w elektrowni jądrowej, równa $E_c = 1{,}85 \cdot 10^{10}$ J. Znając ilość energii wydzielanej z 1 kg węgla E_w, można obliczyć masę węgla m_{wegla}, potrzebą do produkcji tej ilości energii:

$$m_{wegla} = \frac{E_c}{E_w} = \frac{1,85 \cdot 10^{10}J}{3 \cdot 10^7 J/kg} \simeq 617kg \tag{14}$$

Zatem na wyprodukowanej tej samej ilości energii elektrycznej, zużywanej przez przeciętną rodzinę, potrzeba tylko 7,5 g uranu i aż 617 kg węgla.

Część 2:
Elektrownia jądrowa pracuje przez 95% czasu w roku, zatem jej całkowity czas pracy t_{pracy}, w przeliczeniu na sekundy to:
t_{pracy} = 365 · 0,95 · 24 · 3600 s $\simeq 3 \cdot 10^7$ s.
Energia cieplna ($E_{c(total)}$), jaką wyprodukuje elektrownia jądrowa o mocy cieplnej (P_c = 3200 MW) w tym czasie wynosi:

$$E_{c(total)} = P_c \cdot t_{pracy} = 3200MW \cdot 3{\cdot}10^7 s = 9,6 \cdot 10^{16} W{\cdot}s = 9,6 \cdot 10^{16} J \quad (15)$$

Możemy teraz wyliczyć, ile rozszczepień atomów ^{235}U ($N_{U235(rok)}$) zachodzi w czasie rocznej pracy reaktora jądrowego:

$$N_{U235(rok)} = \frac{E_{c(total)}}{E_{fission}} = \frac{9,6 \cdot 10^{16} J}{3,2 \cdot 10^{-11} J} = 3 \cdot 10^{27} \quad (16)$$

Liczba neutronów, jaka bierze udział w rozszczepieniach w ciągu roku pracy elektrowni jądrowej jest równa liczbie zachodzących rozszczepień (1 neutron = 1 rozszczepienie). Zatem znając masę neutronu $m_n = 1{,}68 \cdot 10^{-27}$ kg, możemy obliczyć masę neutronów zużywanych rocznie przez elektrownię $m_{n(rok)}$:
$m_{n(rok} = N_{U235(rok)} \cdot m_n = 3{\cdot}10^{27} \cdot 1{,}68{\cdot}10^{-27}$ kg = 5,04 kg.

Całkowita masa neutronów zużywana przez rocznie przez elektrownię jądrową o mocy cieplnej 3200 MW wynosi ok. 5 kg.

Zadanie 4 [10 punktów]

Izotop węgla ^{14}C jest jednym z najbardziej rozpowszechnionych na Ziemi izotopów nietrwałych. Izotop jest wykorzystywany do tzw. datowania radiowęglem, czyli określania wieku materii na podstawie badania proporcji pomiędzy izotopem promieniotwórczym ^{14}C a izotopami trwałymi ^{12}C i ^{13}C. Węgiel ^{14}C powstaje w górnych warstwach atmosfery w wyniku oddziaływania neutronów promieniowania kosmicznego ze stabilnym izotopem azotu ^{14}N

$$^{14}\mathrm{N} + \mathrm{n} \rightarrow {}^{14}\mathrm{C} + \mathrm{p}.$$

W ciągu jednego roku powstaje ok 10 kg węgla ^{14}C. Węgiel rozchodzi się równomiernie w atmosferze i pod postacią dwutlenku węgla wnika w materię organiczną w procesie fotosyntezy. Żywe obiekty mają więc stała proporcję węgla ^{14}C do stabilnych izotopów węgla, wynoszącą

$$\mathrm{N}(^{14}\mathrm{C})/\mathrm{N}(^{12}\mathrm{C} + {}^{13}\mathrm{C}) = 10^{-12}.$$

Gdy organizm umrze, liczba atomów stabilnych izotopów węgla nie ulega zmianie, zaś nietrwały izotop ^{14}C rozpada się zgodnie z równaniem

$$^{14}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}\mathrm{N} + \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_e,$$

z czasem połowicznego rozpadu $T_{1/2}$=5740 lat. Tym samym im więcej lat upłynie od śmierci obiektu, tym proporcja ^{14}C do ^{12}C i ^{13}C spada.

1. Na podstawie podanych informacji oblicz masę izotopu ^{14}C w atmosferze, zakładając, że jest ona stała.
2. Jaka jest dawka pochłonięta pochodząca z rozpadu węgla ^{14}C w ciele człowieka, czyli energia zdeponowana w materiale na jednostkę masy. Załóż, że zawartość węgla w ciele wynosi 18%, oraz, że średnia energia cząstki β emitowanej w rozpadzie ^{14}C wynosi 1/3 jej maksymalnej dostępnej energii.

   Wskazówka: Aby wyznaczyć maksymalną energię cząstki β skorzystaj z deficytu masy jądra ^{14}C i ^{14}N, które wynoszą $\Delta(^{14}C)$ = 3,0198 MeV i $\Delta(^{14}N)$=2,8634 MeV.
3. Oblicz wiek kości, z której wyekstrahowano próbę o masie m węgla, na podstawie jej zmierzonej aktywności A.

Rozwiązanie:

1. Skoro w ciągu roku powstaje Δm=10 kg węgla ^{14}C oraz jego całkowita masa jest stała, to taka sama ilość węgla ^{14}C ulega rozpadowi β.

   Szybkość rozpadu promieniotwórczego, czyli liczbę rozpadów w jednostce czasu, określa aktywność A, zdefiniowana jako $A = \lambda N$, gdzie λ jest stałą rozpadu równą $\lambda = \frac{ln(2)}{T_{1/2}}$.

   W przypadku, gdy mamy „zamkniętą" próbkę nietrwałego izotopu, jej aktywność maleje z czasem, zgodnie z prawem rozpadu promieniotwórczego $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$.

   W naszym przypadku jednak szybkość rozpadów jest równa szybkości produkcji atomów ^{14}C, przez co jego aktywność jest stała w czasie.

   W ciągu roku (t=1 y) rozpadowi ulegnie $\Delta N = A \cdot t$ jąder.

   Mamy więc $\Delta N = \lambda N \cdot t$.

   Wymnażając to wyrażenie przez masę atomu węgla ^{14}C, otrzymujemy

   $\Delta m = \lambda m \cdot t$, skąd całkowita masa m

   $m = \frac{\Delta m}{\lambda \cdot t} = \frac{\Delta m T_{1/2}}{ln(2) \cdot t}$.

   Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy

   $m = \frac{10 \text{ kg} \cdot 5740 \text{ y}}{ln(2) \cdot 1 \text{ y}} = 82811\text{kg} \approx 83$ t.
2. W tym punkcie należy obliczyć dawkę pochłoniętą (D), czyli energię zdeponowaną w organizmie na jednostkę masy $D = \frac{E}{m}$.

   W ciele człowieka o masie m znajduje się νm węgla, gdzie, zgodnie z treścią zadania, ν=18%.

   Wiemy też, że proporcja węgla ^{14}C do stabilnych izotopów węgla, wynosi $N(^{14}C)/N(^{12}C + {}^{13}C) = 10^{-12}$.

   Liczba atomów węgla (N_C) w ciele człowieka o masie m wynosi:

   $N_C = \frac{\nu \cdot m \cdot N_A}{\mu_C}$, gdzie

   N_A jest liczbą Avogadra, równą $6{,}022 \cdot 10^{23}$ 1/mol, zaś μ_C masą molową węgla, która wynosi 12 g/mol.

   Liczba atomów węgla ^{14}C (N_{14C}) wynosi w przybliżeniu

   $N_{14C} = \frac{\nu \cdot m \cdot N_A}{\mu_C} \frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C + {}^{13}C)}$

i jest stała w czasie.
Liczba rozpadów β jąder atomów węgla ^{14}C w jednostce czasu wynosi
$A_{14C} = \frac{ln(2)}{T_{1/2}} N_{14C}$
W wyniku każdego rozpadu emitowana jest cząstka β o energii 1/3 jej maksymalnej dostępnej energii.
Energia dostępna w rozpadzie β jądra ^{14}C wynosi
$Q_\beta = (M(^{14}C) - M(^{14}N)) \cdot c^2$,
gdzie $M(^{14}C)$ - $M(^{14}N)$ są masami atomowymi węgla ^{14}C i azotu ^{14}N.
Masy te wynoszą
$M(^{14}C) = 14$ u+$\Delta(^{14}$C)
oraz
$M(^{14}N) = 14$ u+$\Delta(^{14}$N), skąd
$Q_\beta = (\Delta(^{14}C) - \Delta(^{14}N)) \cdot c^2$
Energia cząstek β wynosi więc
$E_\beta = \frac{1}{3}(\Delta(^{14}C) - \Delta(^{14}N)) \cdot c^2$

Całkowita dawka, pochodząca z rozpadów węgla ^{14}C w ciele o masie m w czasie t wynosi:
$D = \frac{E}{m} = \frac{\frac{1}{3}(\Delta(^{14}C)-\Delta(^{14}N))\cdot c^2 \cdot \frac{ln(2)\cdot t}{T_{1/2}} \frac{\nu \cdot m \cdot N_A}{\mu_C} \frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C+^{13}C)}}{m}$
Masa m się skraca
$D = \frac{1}{3}(\Delta(^{14}C) - \Delta(^{14}N)) \cdot c^2 \cdot \frac{ln(2)\cdot t}{T_{1/2}} \frac{\nu \cdot N_A}{\mu_C} \frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C+^{13}C)}$
Zostaje już tylko podstawienie wartości liczbowych do otrzymanego wzoru.
Dla uproszczenia zacznijmy od wyznaczenia energii cząstki β w rozpadzie, czyli pierwszego elementu powyższego wzoru.
$E_\beta = \frac{1}{3}(\Delta(^{14}C) - \Delta(^{14}N)) \cdot c^2 = \frac{1}{3}(3,0198 - 2,8634)$ MeV = 0,052 MeV

Uwaga! Najczęściej podawaną formą i jednostką deficytu masy jest megaelektronowolt. To oznacza, że jest on już wymnożony przez kwadrat prędkości światła. Czasem podawaną jednostką, przy tej samej wartości, jest MeV/c^2, w takiej sytuacji c^2 się skraca.

W rozwiązaniu można przyjąć dowolny przedział czasu. Zwyczajowo oblicza się dawkę pochłonięta w ciągu roku, czyli t=1 y.

$$D = 0,052 \text{ MeV} \frac{ln(2)\cdot 1 \text{ y}}{5740 \text{ y}} \frac{18\% \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}}{12 \text{ g/mol}} \cdot 10^{-12} = 56,7 \cdot 10^3 \text{ MeV/g}$$

Chcąc zapisać dawkę pochłoniętą w grejach (Gy), czyli J/kg należy zamienić jednostkę MeV na J.
1 MeV $= 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}$ CV = 0,1602$\cdot 10^{-12}$ J
$D = 56,7 \cdot 10^3 \cdot 0,1602 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3$ J/kg = 9 $\cdot 10^{-6}$ Gy.

Uwaga, dopuszczamy również rozwiązania obliczające dawkę pochłoniętą w innych przedziałach czasu oraz całkowitą dawkę, jaka zostałaby pochłonięta, gdyby CAŁA liczba atomów ^{14}C znajdujących się w ciele uległa rozpadowi.

3. Aktywność A próbki nietrwałego izotopu jest iloczynem liczby atomów tego materiału N oraz stałej rozpadu λ.
   $A = \lambda N$
   Stała rozpadu $\lambda = \frac{ln(2)}{T_{1/2}}$
   Aktywność próbki zmienia się zgodnie prawem rozpadu promieniotwórczego:
   $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$
   Znając aktywność początkową próbki, można wyznaczyć czas t:
   $t = -\frac{1}{\lambda} ln(\frac{A(t)}{A_0}) = \frac{1}{\lambda} ln(\frac{A_0}{A(t)})$
   W chwili obumarcia zwierzęcia, z którego pochodzi kość, aktywność próbki węgla o masie m wynosiła (wyprowadzenie tej zalezności jest w punkcie 1):
   $A_0 = \lambda \frac{m \cdot N_A}{\mu_C} \frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C + ^{13}C)}$.
   Podstawiając do wzoru na czas t otrzymujemy:
   $t = \frac{1}{\lambda} ln(\frac{\lambda \frac{m \cdot N_A}{\mu_C} \frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C + ^{13}C)}}{A(t)}) = \frac{1}{\lambda} ln(\lambda \frac{m \cdot N_A}{\mu_C \cdot A(t)} \frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C + ^{13}C)})$